

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2022

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INDUSTRIE ET DU DEVELOPPEMENT DURABLE

Physique-Chimie et Mathématiques

Durée de l'épreuve : **3 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 14 pages numérotées de 1/14 à 14/14.

PHYSIQUE-CHIMIE 14/20 points
MATHÉMATIQUES 6/20 points

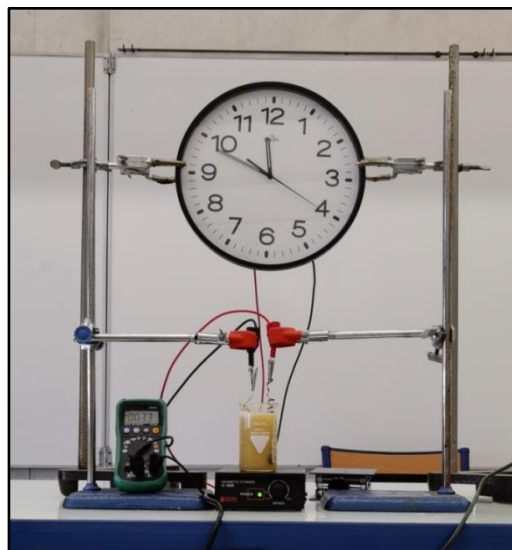
Le candidat sera attentif aux consignes contenues dans le sujet pour traiter les 4 exercices.

EXERCICE 1 (4 points) :

(physique-chimie et mathématiques)

Une horloge au jus d'orange

Pour mettre en évidence le principe de fonctionnement d'une pile, il est possible d'alimenter une horloge grâce à une pile rudimentaire constituée d'une électrode de cuivre et d'une électrode en magnésium plongeant dans du jus d'orange.



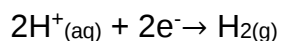
En réalisant l'expérience les valeurs suivantes sont relevées :

Durée de fonctionnement maximale	Environ 21 h	
Tension	1,52 V	
Intensité du courant électrique	0,3 mA	
pH du jus d'orange au début et à la fin de l'expérience	Début : 3,9	Fin : 6,5
Volume du jus d'orange	140 mL	

Le but de cet exercice est de modéliser le fonctionnement de cette pile à l'aide d'un modèle mathématique en cohérence avec les résultats expérimentaux mesurés.

Partie A : étude de la pile

Lorsque cette pile rudimentaire est en fonctionnement, l'électrode en cuivre est le siège d'une transformation chimique modélisée par la demi-équation électronique suivante :



L'électrode en magnésium est quant à elle le siège d'une transformation chimique modélisée par la demi-équation électronique : $\text{Mg}_{(\text{s})} \rightarrow \text{Mg}^{2+}_{(\text{aq})} + 2\text{e}^-$

1. Schématiser cette pile alimentant un dipôle (modélisant l'horloge) en indiquant le sens de circulation des électrons et en identifiant clairement les deux électrodes. Repérer sur le schéma l'anode et la cathode de cette pile.
2. A partir des deux demi-équations électroniques, écrire l'équation de la réaction qui modélise le fonctionnement de la pile.

3. Utiliser l'équation de la réaction précédente pour expliquer qualitativement l'évolution du pH du jus d'orange lorsque la pile débite.

On désire comparer la durée maximale de fonctionnement obtenue en utilisant la pile au jus d'orange et celle que l'on aurait avec une pile LR6 standard achetée en magasin.

4. Une pile LR6 a une quantité d'électricité stockée moyenne de 2 800 mAh. En admettant que la pile LR6 débite un courant d'intensité identique à celle de la pile à jus d'orange, calculer la durée maximale de fonctionnement de l'horloge alimentée par la pile LR6. En déduire le nombre de piles au jus d'orange nécessaires pour remplacer une pile du commerce.

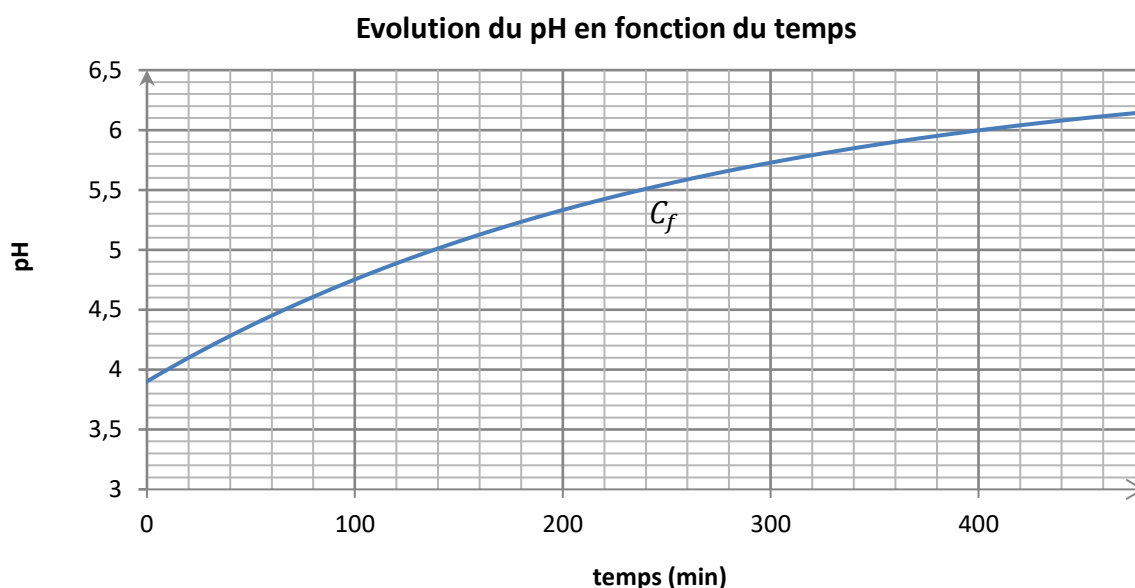
Partie B : étude mathématique

On note t le temps, exprimé en minute, écoulé depuis la mise en fonctionnement de la pile au jus d'orange.

A l'aide d'une étude expérimentale, la valeur du pH en fonction du temps peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 6,571 - 2,671 e^{-\frac{t}{261}}.$$

Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



1. Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.
2. a. Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 5$.
Donner le résultat en heure et minute.

b. Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat arrondi à la minute. Comparer ce résultat à celui obtenu à la question 2.a.
3. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Le résultat est-il compatible avec les valeurs relevées lors de l'expérience ?

EXERCICE 2 (6 points)

(physique-chimie)

Le talkie-walkie

Un talkie-walkie est un émetteur-récepteur radio portatif, permettant la communication radiophonique de courte distance entre deux personnes disposant chacune d'un appareil.

Le talkie-walkie dispose de 8 canaux de communication autorisés dans tous les pays, activés par défaut. Chaque canal est associé à une onde électromagnétique, dite "porteuse". Les deux personnes doivent sélectionner le même canal pour pouvoir communiquer.

Talkie-walkie

Fréquences des porteuses des différents canaux



Canal	Fréquence (MHz)
1	446,00625
2	446,01875
3	446,03125
4	446,04375
5	446,05625
6	446,06875
7	446,08125
8	446,09375

Extrait de la notice d'un talkie-walkie

On s'intéresse d'une part à l'antenne du talkie-walkie, puis à la qualité de la transmission d'un son musical.

1. Antenne de la radio

Les antennes les plus simples sont les antennes dites « dipolaires », constituées de deux brins conducteurs et alimentées en leur milieu. Pour une qualité d'émission optimale, la longueur d'une antenne dipolaire doit être égale à la longueur d'onde de la porteuse, ou à un sous-multiple de la longueur d'onde : demi-longueur d'onde (antenne dite « demi-onde ») ou quart de longueur d'onde (antenne dite « quart d'onde »).

- 1.1.** Calculer la longueur de l'antenne dipolaire demi-onde qu'il faudrait utiliser sur ce talkie-walkie, pour émettre sur le canal n°3. Exprimer le résultat avec 3 chiffres significatifs.

Donnée : célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

- 1.2.** En se basant sur la photographie ci-dessus, indiquer si l'antenne du talkie-walkie semble être une antenne dipolaire demi-onde.

2. Transmission d'un son musical

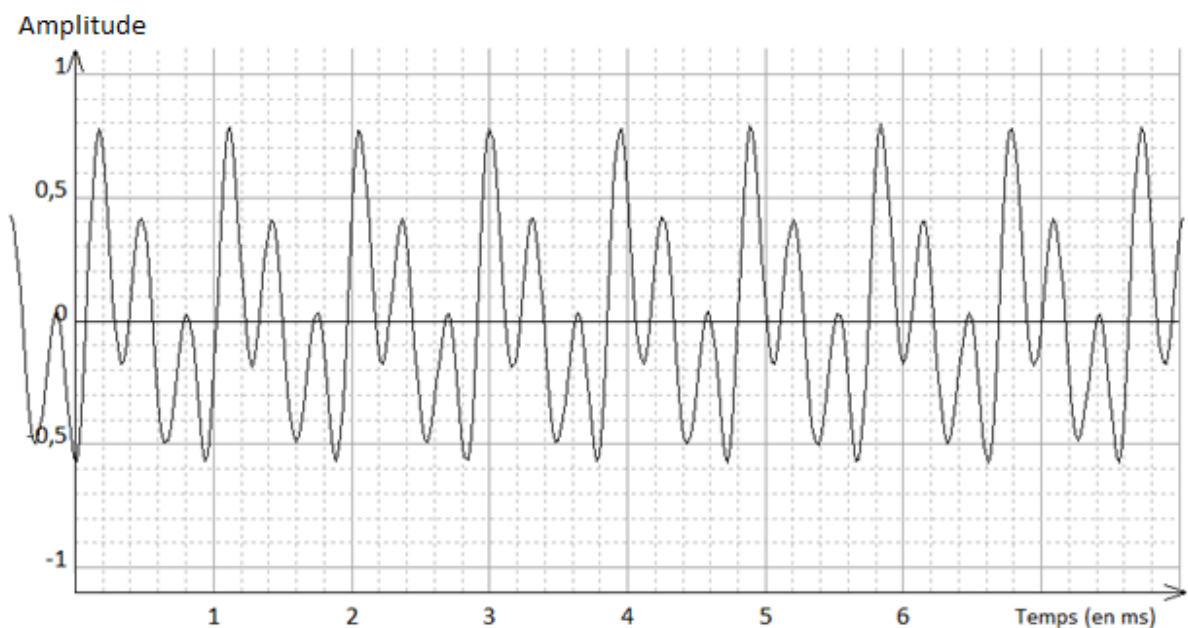
On souhaite savoir si une petite mélodie jouée avec un instrument de musique peut être transmise par un talkie-walkie sans être déformée.

On appelle « bande passante » d'un canal la largeur de l'intervalle des fréquences susceptibles d'être transmises par ce canal.

Pour que la mélodie soit transmise sans déformation, il est nécessaire que la bande passante du canal soit suffisamment large pour transmettre toutes les fréquences contenues dans le spectre de la mélodie.

Pour cela, on enregistre la note la plus aiguë de l'instrument pour déterminer la fréquence maximale que pourrait contenir la mélodie.

Portion du signal temporel enregistré pour la note la plus aiguë de l'instrument.



2.1. Indiquer, en justifiant, si le son enregistré est un son pur ou un son complexe.

Chaque note de musique correspond à une fréquence précise.

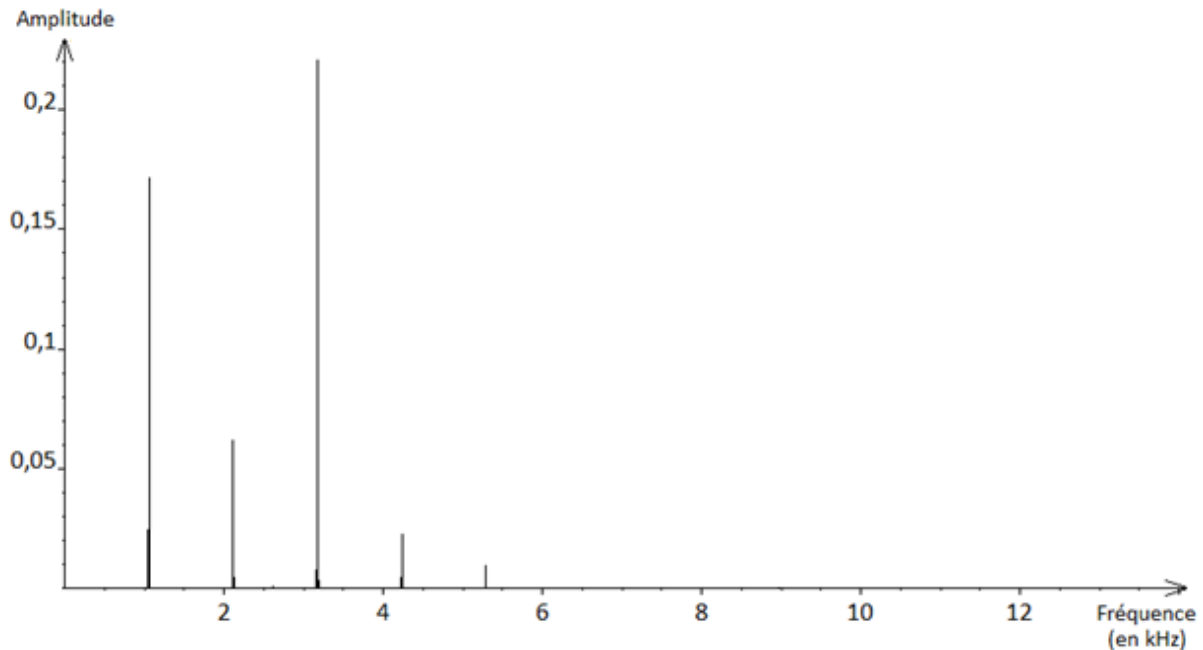
Correspondance entre quelques notes de musique et leurs fréquences

Note de musique	fa ₄	sol ₄	la ₄	si ₄	do ₅	ré ₅	mi ₅	fa ₅
Fréquence (en Hz)	689,5	784,0	880,0	987,8	1046	1175	1319	1397

2.2. A l'aide de l'enregistrement, déterminer la note de musique qui est jouée.

On trace le spectre d'amplitude du signal enregistré, afin de pouvoir visualiser sa composition.

Spectre d'amplitude du signal enregistré



2.3. Expliquer en quoi ce spectre permet de retrouver les réponses aux questions 2.1. et 2.2.

2.4. À l'aide du spectre, déterminer la fréquence maximale des composantes du signal enregistré, notée f_m .

Pour pouvoir transmettre sans déformation un signal de fréquence donnée, la bande passante utilisée doit être au moins égale au double de cette fréquence.

On précise que la bande passante de chaque canal correspond à l'écart de fréquence entre les porteuses de deux canaux successifs.

2.5. Déterminer si la bande passante du canal 3 du talkie-walkie est suffisante pour transmettre intégralement n'importe quelle mélodie jouée par l'instrument utilisé, sans déformer le signal.

3. Sonnerie du talkie-walkie

Données :

- Relation entre le niveau sonore L en dB et l'intensité sonore I :

$$L = 10 \times \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ ou } I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$$

I_0 est l'intensité sonore de référence : $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

- L'intensité sonore I , à une distance R (en m) d'une source de puissance sonore P (en W) est : $I = \frac{P}{4\pi R^2}$.

Chaque talkie-walkie est équipé d'une sonnerie dont on étudie désormais la puissance sonore.

On mesure le niveau sonore de la sonnerie du talkie-walkie n°1 seul, situé à 50 cm du sonomètre ; on trouve $L_1 = 87 \text{ dB}$.

- 3.1.** Montrer que la puissance sonore de la sonnerie du talkie-walkie est voisine de $P = 1,6 \times 10^{-3} \text{ W}$.
- 3.2.** Calculer le niveau sonore de la sonnerie à 5,0 m de distance du talkie-walkie.

EXERCICE 3 (4 points)

(mathématiques)

Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six numérotées de 1 à 6 que comporte l'exercice. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point. Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

Question 1

Pour chacune des deux questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un demi-point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. Le nombre $\ln(35)$ est égal à :

a. $\ln(5) \times \ln(7)$ b. $\ln(5) + \ln(7)$ c. $\ln(30) + \ln(5)$ d. $\ln(30) \times \ln(5)$

2. Le nombre e^{20} est égal à :

a. $e^4 \times e^5$ b. $e^4 + e^5$ c. $e^5 + e^{15}$ d. $e^5 \times e^{15}$

Question 2

Lors d'une course, on a mesuré la fréquence cardiaque d'un coureur de 100 m. Cette fréquence cardiaque, en battements par minute, est modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; 100]$ par $f(x) = 28 \ln(x + 1) + 70$ où x est la distance parcourue, en mètre, depuis le départ de la course.

1. Selon ce modèle, quelle est la fréquence cardiaque de ce coureur au départ de la course ?

2. Selon ce modèle, au bout de combien de mètres la fréquence cardiaque de ce sportif est-elle égale à 185 battements par minute ? Arrondir à l'unité.

Question 3

La température d'un four, exprimée en degré Celsius, en fonction du temps t , exprimé en minute, est modélisée par une fonction f définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$, solution de l'équation différentielle (E) : $y' = -0,2y + 44$.

1. Déterminer les solutions de cette équation différentielle sur $[0 ; +\infty[$.

2. On suppose que la température initiale du four est 25 °C.

En prenant $f(0) = 25$, donner une expression de $f(t)$, pour tout t de $[0 ; +\infty[$.

Question 4

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On pose $z = \sqrt{3} - i$ et $z' = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1. Déterminer la forme exponentielle de z . Détailler les calculs.
2. En déduire la forme exponentielle de $\frac{z}{z'}$.

Question 5

L'iode 131 est un élément radioactif qui se désintègre selon la loi $N(t) = N(0) e^{-0,086 t}$, où $N(0)$ est le nombre de noyaux au début de l'observation et $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant t , exprimé en jour.

Déterminer le temps au bout duquel la moitié des noyaux d'iode 131 se sont désintégrés (demi-vie). On donnera le résultat en nombre de jours arrondi à l'unité.

Question 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$.

1. Montrer que f est solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel x , $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Rappel : pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

EXERCICE 4 au choix du candidat (6 points) (physique-chimie)

Le candidat choisit de traiter l'exercice 4 – A ou l'exercice 4 – B.

Vous indiquerez sur votre copie l'exercice 4 choisi : exercice 4 – A ou exercice 4 – B

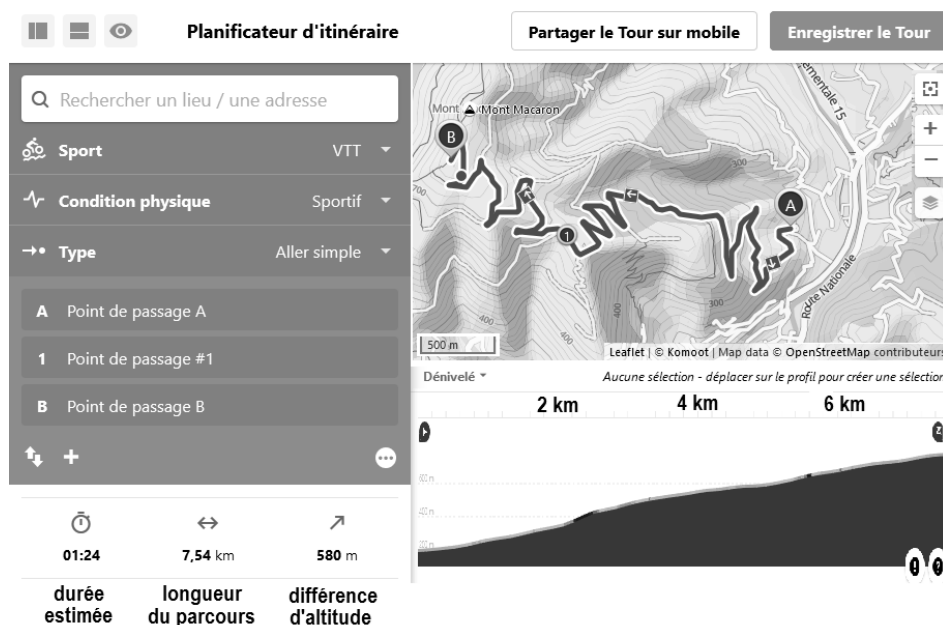
EXERCICE 4 – A : quelques caractéristiques d'un VTT à assistance électrique.

Mots clés : travail d'une force, énergie mécanique, bilan énergétique.

Un vététiste prépare une sortie au Mont Macaron, qui domine la ville de Nice. Il empruntera pour la montée un chemin en lacets assez régulier et de pente modérée, avant de redescendre par des sentiers plus techniques.

Pour la montée, il veut utiliser une assistance « standard » afin d'atteindre le sommet en 30 min, alors que le planificateur d'itinéraire envisage 1h24' sans assistance.

Trajet de la montée, tracé par un planificateur d'itinéraire.



Modes d'assistance du VTT

	Dénomination	% d'apport d'assistance électrique	Exemple pour un effort de 100 W, la puissance disponible sera :
Mode 0	Pas d'assistance	0 %	100 W
Mode 1	Piéton	40 %	140 W
Mode 2	Economique	80 %	180 W
Mode 3	Standard	160 %	260 W
Mode 4	Boost	320 %	420 W

D'après la notice électrique du VTT

Données

Les actions mécaniques s'opposant à la progression du système {VTT + vététiste} sont le poids, la résistance aux roulements et les frottements de l'air.

La puissance des frottements de l'air a pour expression : $P_{\text{air}} = k \times v^3$ où le coefficient k dépend de la position qu'adopte le vététiste sur son VTT, et v est la vitesse du VTT en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

On fait l'hypothèse que les frottements autres que ceux de l'air sont négligeables.

La position du vététiste lors de la montée donne un coefficient $k = 0,25 \text{ W}\cdot\text{s}^3\cdot\text{m}^{-3}$.

La masse du système {VTT + vététiste} est $m = 85 \text{ kg}$.

La longueur du parcours est $d = 7,54 \times 10^3 \text{ m}$ et la différence d'altitude est $\Delta z = 5,8 \times 10^2 \text{ m}$.

L'intensité de la pesanteur $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1. Calculer la vitesse moyenne v du vététiste lors de cette montée, s'il l'effectue en 30 min.
2.
 - 2.1. Donner l'expression du travail du poids du système {VTT + vététiste}, lors de l'ascension en fonction de m , g et la différence d'altitude Δz entre le point d'arrivée et le point de départ.
 - 2.2. Calculer la valeur du travail du poids et commenter le signe de cette grandeur.
3. En se basant sur la moyenne de ses précédentes sorties, le vététiste pense pouvoir fournir un effort musculaire de puissance 111 W, et compte utiliser le mode d'assistance « standard ».
 - 3.1. Calculer la valeur de la puissance apportée générée par le vététiste et l'assistance électrique, notée $P_{\text{apportée}}$.
Exprimer alors, en fonction de Δt , l'énergie apportée, notée $E_{\text{apportée}}$, par le vététiste et l'assistance électrique.
 - 3.2. Exprimer, en fonction de Δt , l'énergie dissipée par les frottements de l'air, notée E_{air} .
 - 3.3. À l'aide d'un bilan d'énergie, montrer qu'en 30 min, le vététiste parviendra à son but.
4. Lors de sa sortie, le vététiste met finalement 35 min pour effectuer la montée, alors que le capteur de sa montre connectée lui indique une énergie consommée correspondant bien à un effort moyen de 111 W. Proposer une explication à cet écart de temps observé.

EXERCICE 4 – B : utilisation de produits ménagers.

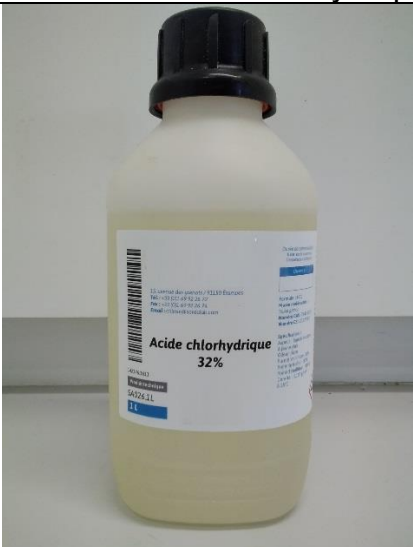
Mots clés : Dilution d'une solution, réaction acido-basique, énergie interne d'un système.

Les solutions d'acide chlorhydrique et les déboucheurs de canalisations sont des produits ménagers d'usage courant dans une habitation.

L'objectif de cet exercice est d'étudier quelques-unes de leurs propriétés.

1. Solution commerciale d'acide chlorhydrique

On s'intéresse à la dilution d'une solution commerciale d'acide chlorhydrique, dite « à 32 % », et à son action sur le tartre dont l'apparition peut être problématique dans les installations sanitaires d'une habitation.

Bouteille d'acide chlorhydrique commerciale	Pictogrammes de sécurité
	

1.1. Indiquer les précautions de sécurité à respecter lors de la manipulation de la solution commerciale.

1.2. Dans le cadre d'un usage domestique, on souhaite réaliser 100 mL d'une solution diluée d'un facteur 5 à partir de la solution commerciale d'acide chlorhydrique.

À partir de la liste de matériel disponible ci-dessous, décrire le protocole à suivre pour réaliser cette dilution.

Matériel disponible :

- Pipettes jaugées de 5,0 mL, 10,0 mL et 20,0 mL
- Fioles jaugées de 50,0 mL, 100,0 mL et 200,0 mL

La concentration molaire de l'acide chlorhydrique est liée à son pourcentage en masse en soluté HCl, qui est de 32 % pour la solution commerciale envisagée. Dans l'article sur l'acide chlorhydrique de l'encyclopédie libre Wikipedia, on trouve le tableau suivant :

Pourcentage massique (%)	Concentration massique en soluté (g·L ⁻¹)
30	344,70
32	370,88
34	397,46
36	424,44

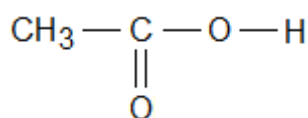
Source : wikipedia.org

- 1.3.** Déterminer la concentration en quantité de matière de la solution obtenue après dilution par 5 de la solution commerciale.

Données : Masses molaires : $M(\text{H}) = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Le tartre est essentiellement composé de carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$. Pour le dissoudre, on utilise des produits détartrants contenant un acide qui dissout le tartre. On souhaite comparer l'efficacité de deux produits détartrants : l'acide chlorhydrique dilué et le vinaigre blanc.

- 1.4.** L'acide éthanoïque contenu dans le vinaigre a pour formule :



Recopier la formule de l'acide éthanoïque et entourer le groupe caractéristique. Nommer la fonction correspondante.

- 1.5.** On peut montrer qu'un verre de 120 mL d'une solution d'acide chlorhydrique dilué cinq fois est nécessaire à la dissolution d'une masse de tartre d'environ 25 g. Déterminer la masse de carbonate de calcium que l'on peut dissoudre avec 120 mL de vinaigre blanc à 5 %.

Données :

- Le vinaigre blanc à 5 % a une concentration molaire en acide éthanoïque $C = 0,875 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$;
- Il faut la même quantité de matière d'acide éthanoïque ou d'acide chlorhydrique pour dissoudre une mole de carbonate de calcium ;

2. Combiner des produits ménagers

Il existe des produits ménagers appelés déboucheurs.

Afin de déterminer s'il est pertinent d'utiliser conjointement différents produits ménagers, on réalise, en laboratoire, un mélange d'acide chlorhydrique et de déboucheur liquide, en prenant toutes les précautions de sécurité nécessaires. Une telle expérience doit être impérativement réalisée en laboratoire et jamais à la maison.

Afin de mesurer cette élévation de température, on réalise le protocole suivant :

- prélever 10 mL d'acide chlorhydrique à l'aide d'une éprouvette graduée ;
- prélever 10 mL de déboucheur liquide à l'aide d'une éprouvette graduée ;
- mesurer la température initiale (identique) de ces deux solutions : T_{initiale} ;
- sous la hotte, verser les deux solutions dans un même bécher et mesurer la température finale du mélange : T_{finale} .



On mesure les grandeurs suivantes : $T_{\text{initiale}} = 26,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $T_{\text{finale}} = 57,3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

2.1. Établir l'équation de la réaction qui modélise la transformation acido-basique ayant lieu lors du mélange de l'acide chlorhydrique et du déboucheur.

Données :

- L'acide chlorhydrique est une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène, totalement dissocié sous la forme d'ions $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$ et $\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$;
- Un déboucheur, quant à lui, contient des ions $\text{HO}^-_{(\text{aq})}$ et $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$;
- Couples acido-basiques : $\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})} / \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$ et $\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} / \text{HO}^-_{(\text{aq})}$.

2.2. Préciser si la transformation chimique qui se produit lors du mélange de l'acide et du déboucheur est exothermique ou endothermique.

2.3. La capacité thermique du mélange final est de l'ordre de $80\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$: calculer un ordre de grandeur de l'énergie dégagée par la transformation chimique lors de l'expérience.