

Exercice 1 (obligatoire) – Niveau première (mathématiques)

Étude d'une production

Sur 8 points

Une entreprise produit et vend du savon. Le savon est présenté sous deux formes : sous forme de bloc de savon ou sous forme de savon liquide.

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A Achat par correspondance de blocs de savon

Pour un achat par correspondance, le client paie le prix des savons proportionnel au nombre de savons contenus dans le lot auquel s'ajoute les frais de port fixes c'est-à-dire indépendant du nombre de savons.

Ainsi l'achat par correspondance d'un lot de dix savons coûte 31 euros tout compris et celui d'un lot de trente savons 81 euros tout compris.

1- Le prix tout compris est-il proportionnel au nombre de savons ? Pourquoi ?

2-a- Vérifier que le prix d'un savon contenu dans le lot est 2,50 €.

2-b- Quel est le coût total d'un lot de cinquante savons achetés par correspondance ?

2-c- Proposer une formule pour calculer le coût total, noté $c(n)$, d'un lot de n savons, frais de port inclus, où n est un entier naturel.

3- Les clients par correspondance les plus fidèles bénéficient d'une réduction permanente de 10 % sur le prix des savons et de 50 % sur les frais de port.

3-a- Quel est le coût total d'une commande par correspondance de trente savons pour un client fidèle ?

3-b- Quel est alors le taux de la remise globale obtenue par un client fidèle pour une commande de trente savons ? On arrondira le résultat à 0,1 %.

Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le : / /



1.1

Partie B Optimisation de la production de savon liquide

La capacité de production journalière de l'entreprise est de 15 hectolitres de savon liquide. On rappelle qu'un hectolitre est égal à cent litres.

On modélise le coût total, en euro, de fabrication journalière de x hectolitres de savon liquide par une fonction C telle que :

$$C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x + 100 \text{ où } x \in [0; 15].$$

4- Le responsable de la fabrication estime que les coûts fixes journaliers liés à la production de savon liquide s'élèvent à cent euros. A-t-il raison ?

5- On admet que C est dérivable sur $[0 ; 15]$ et on note C' la fonction dérivée de la fonction C .

5-a- Calculer $C'(x)$ pour tout réel x appartenant à $[0 ; 15]$.

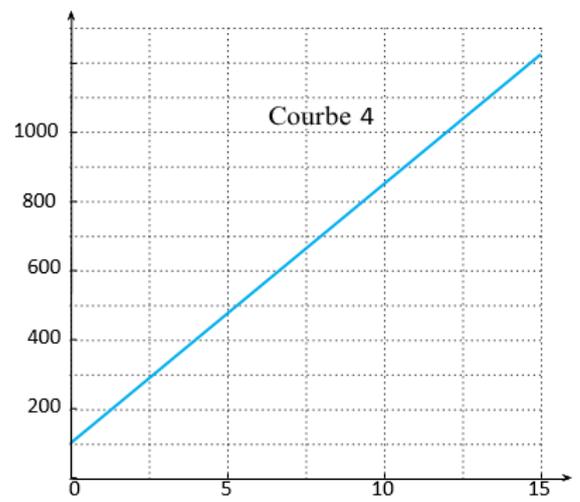
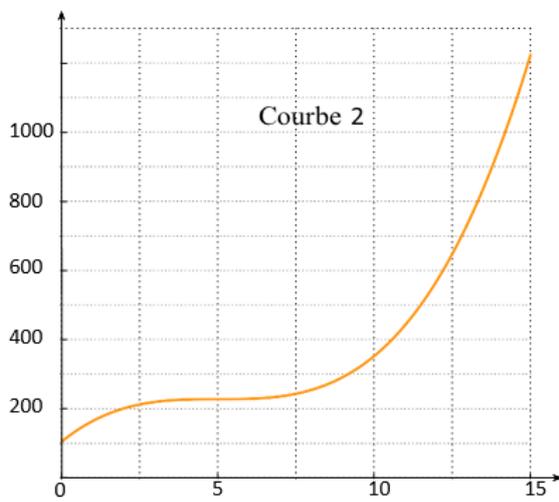
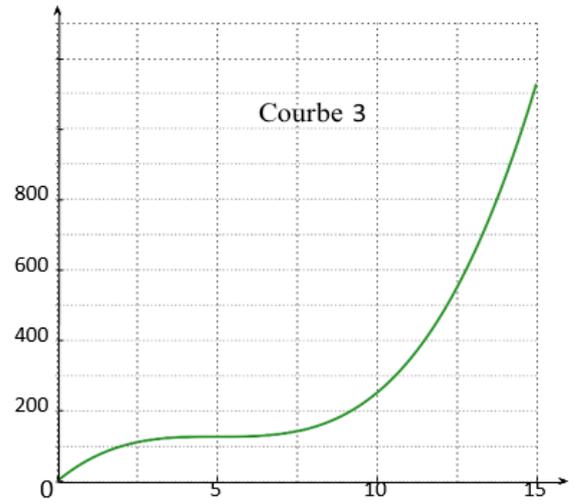
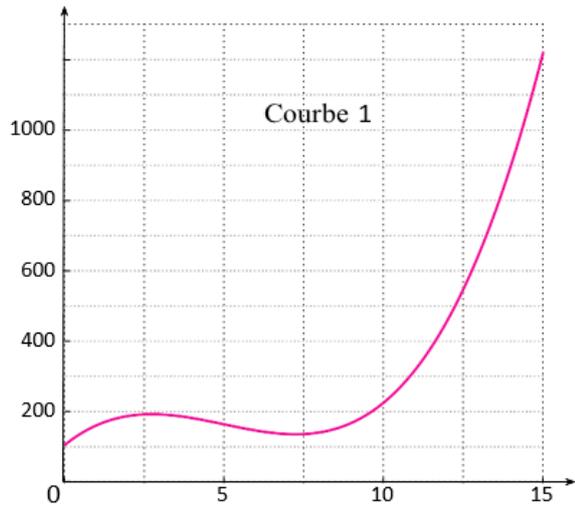
5-b- Justifier que $C'(x)$ peut s'écrire sous la forme $3(x - 5)^2$.

5-c- En déduire le sens de variation de la fonction C sur $[0 ; 15]$.

6- On donne **sur la page suivante** quatre courbes dont l'une est la représentation graphique de la fonction C sur $[0 ; 15]$.

6-a- De quelle courbe s'agit-il ? Justifier la réponse donnée.

6-b- Pour des raisons comptables, l'entreprise ne peut engager des coûts de fabrication de plus de 600 euros par jour. Estimer graphiquement, aussi précisément que possible, la capacité de production journalière de savon liquide autorisée, en expliquant la méthode employée.



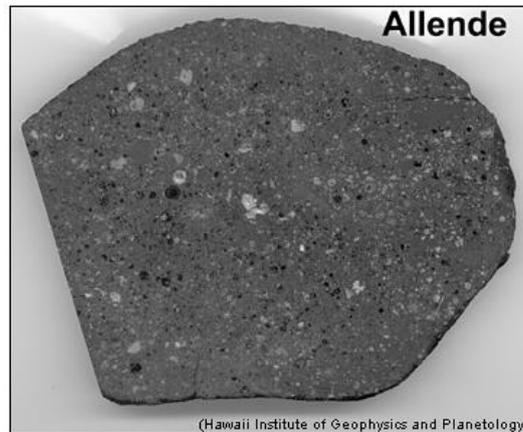


Figure – La météorite Allende

Source : [acces.ens-lyon.fr/acces/thematiques/limites/Temp/datation-isotopique/enseigner/les-meteorites-temoins-de-la-formation-du-systeme-solaire](https://www.acces.ens-lyon.fr/acces/thematiques/limites/Temp/datation-isotopique/enseigner/les-meteorites-temoins-de-la-formation-du-systeme-solaire)

Document 2 – La radiochronologie, une méthode de datation

La radiochronologie consiste à mesurer dans plusieurs échantillons d'une même roche la quantité de noyaux pères rubidium 87 (^{87}Rb), de noyaux fils strontium 87 (^{87}Sr) et de noyaux stables strontium 86 (^{86}Sr). On déduit des rapports isotopiques (rapports des quantités mesurées) $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ et $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$.

En traçant la courbe représentant le rapport isotopique $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ en fonction du rapport isotopique $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$, une droite est obtenue.

Cette droite, appelée droite isochrone (*iso* : identique et *chronos* : temps), peut être modélisée par la fonction $y = ax + b$. Le coefficient directeur de a de la droite donne, après un calcul, l'âge de l'ensemble des échantillons de la roche.

Document 3 – Tableau des demi-vies de quelques noyaux radioactifs utilisés dans des méthodes de datation en géosciences

Méthode de datation utilisée en géosciences	Couple isotopique utilisé	Demi-vie du noyau père
Rubidium 87 - Strontium 87	$^{87}\text{Rb}/^{87}\text{Sr}$	47×10^9 années
Uranium 234 - Thorium 230	$^{234}\text{U}/^{230}\text{Th}$	245 500 années

Source : à partir des données issues de <https://fr.wikipedia.org>, article période radioactive



Document 5 – Tableau de correspondance entre valeur du coefficient directeur d'une droite isochrone et âge de l'échantillon étudié pour le couple Rb/Sr

Coefficient directeur	Âge (années)
0,000028	2×10^6
0,000063	$4,5 \times 10^6$
0,028	2×10^9
0,065	$4,5 \times 10^9$
0,88	$4,5 \times 10^{10}$
15,38	2×10^{11}

- 8- En vous appuyant sur le document 5, montrer comment la datation d'une météorite comme celle d'Allende apporte un argument en faveur d'un âge de la Terre d'environ 4,57 Ga.



1- En vous aidant des propositions ci-dessous et en effectuant un choix, associer la légende adéquate à chacune des lettres A, B, C et D du document 1.

- maille
- atome
- cristal
- molécule
- cellule
- roche

2-a- Dans ce minerai, identifier la ou les parties cristallines et la ou les parties amorphes parmi les éléments A à F. Justifiez votre réponse à l'aide du document 1 et de vos connaissances.

2-b- Indiquer les conditions de refroidissement de la ou des parties amorphes d'après vos connaissances.

3- Pour séparer l'or des autres éléments après broyage on peut utiliser leur différence de masse volumique. À l'aide du tableau ci-dessous, justifier qu'une fois en poudre, l'or peut être séparé du quartz. On rappelle la formule permettant de calculer la masse volumique ρ à partir de la masse m et du volume V de l'échantillon :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Document 2 - Les mailles du quartz et de l'or

	Quartz	Or
Formule	SiO ₂	Au
Forme de la maille	Hexagonale	Cubique
Masse de la maille	3,0. 10 ⁻²⁵ kg	1,3. 10 ⁻²⁴ kg
Volume de la maille	1,3. 10 ⁻²⁸ m ³	6,7. 10 ⁻²⁹ m ³

Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le : / /



1.1

Partie 2 – Conséquences sanitaires de l'exploitation d'or

L'extraction de l'or nécessite d'utiliser de grandes quantités de cyanure et de mercure. Chez les adultes, les effets d'une exposition importante au mercure se remarquent par des symptômes affectant le système nerveux : des tremblements et des pertes de capacités sensorielles, avec notamment la perte de coordination entre les cellules musculaires et nerveuses, des troubles de la mémoire, et des déficiences intellectuelles. Le mercure est considéré par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS) comme l'un des dix produits chimiques ou groupes de produits chimiques extrêmement préoccupants pour la santé publique.

Document 3 – Les effets du méthylmercure sur les êtres vivants

Le cyanure et le mercure, utilisés sans précaution pour l'extraction de l'or, contaminent les sols et les nappes phréatiques à jamais. Même après la fermeture des mines, les gravats traités au cyanure génèrent pendant des décennies des acides sulfuriques toxiques.

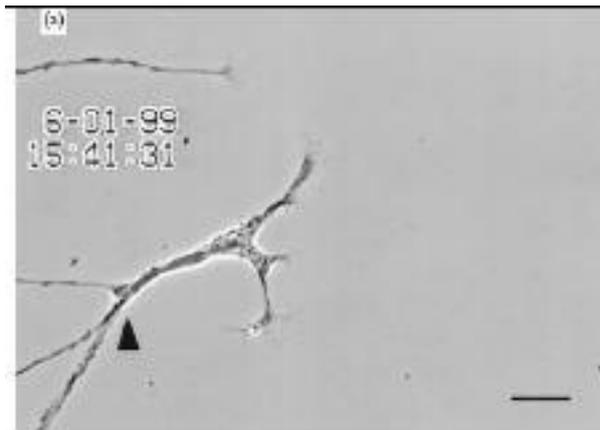
Le mercure peut se transformer dans l'environnement en méthylmercure. Ce méthylmercure tend à s'accumuler dans les eaux et dans les espèces aquatiques. [...]

Le méthylmercure a la capacité de provoquer une réaction chimique dégradant les [molécules de] phospholipides qui constituent la membrane plasmique. Le méthylmercure peut pénétrer dans la cellule à travers ces membranes et peut se fixer sur certains organites notamment les mitochondries, et sur des protéines cytoplasmiques, dont le fonctionnement est alors altéré. Les cellules nerveuses sont particulièrement touchées.

Source : D'après Segall H.J., Wood J.M.(1974). Reaction of methyl mercury with plasmalogens suggests a mechanism for neurotoxicity of metal-alkyls. Nature, 248 : 456-8

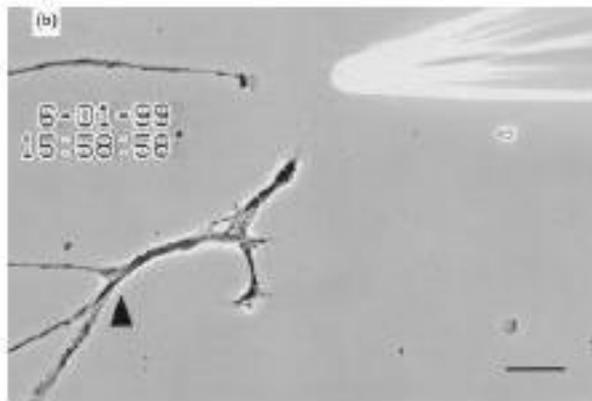


Document 4 – Suivi microscopique de la croissance de cellules nerveuses dans différentes conditions (sans et avec exposition au méthylmercure)



La même cellule nerveuse est suivie, dans différentes conditions environnementales.

a – Avant exposition au méthylmercure.



b– Après une exposition de 10 minutes au méthylmercure.



c – Après une exposition de 40 minutes au méthylmercure.

La barre d'échelle visible en bas à droite des photographies mesure 30 μm .
La flèche noire permet de comparer un même point sur chaque image.

Source : D'après *Retrograde degeneration of neurite [...] in vitro exposure to mercury*,
Christopher C. W., Leong et al. – *NeuroReport* – Décembre 2000

Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le : / /



1.1

4- À partir de l'exploitation des documents et de vos connaissances :

4-a- Sur votre copie, indiquer dans la liste ci-dessous le ou les éléments des différentes échelles de l'organisme qui sont altérées par le méthylmercure. Justifier.

- a. atome
- b. molécule
- c. organite
- d. cellule
- e. organisme

4-b- Rappeler le rôle de la membrane plasmique dans le fonctionnement cellulaire normal, puis expliquer comment le méthylmercure le modifie et provoque les symptômes nerveux présentés par les individus fortement exposés au mercure. Une réponse argumentée structurée est attendue. Elle ne doit pas excéder une page.

Des chercheurs ont découvert que certains animaux comme le Pétrel supportent de fortes concentrations en méthylmercure sans manifester de symptômes.

Document 5 – Des oiseaux marins détoxifient le méthylmercure

Naturellement fortement exposés au méthylmercure,[...] les oiseaux marins sont capables de détoxifier le méthylmercure grâce au sélénium pour former un composé minéral inerte non toxique, la tiémannite (séléniure de mercure), dans leurs tissus.

(Un composé inerte est incapable de réagir avec d'autres molécules.)

Source : D'après Manceau A, Gaillot AC et al. (2021) *In vivo formation of HgSe nanoparticles and Hg-tetraselenolate complex from methylmercury in seabird. Implications for the Hg-Se antagonism. Environmental Science & Technology.*
<https://www.osug.fr/actualites/faits-marquants/les-oiseaux-marins-detoxifient-le-mercure-ingere-dans-leur-alimentation.html>

4-c- Expliquer comment la tiémannite empêche l'apparition de symptômes malgré une forte concentration en mercure chez ces animaux.