ÉVALUATION

CLASSE : Première

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 5

G1SSMAT02661

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse devra être justifiée.
Toute démarche de justification même non aboutie sera prise en compte.

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points :

$$A(2\ ;\ -2)\ ,\qquad B(4\ ;0)\ ,\qquad C(0\ ;\ -5)\ ,\qquad D(-7\ ;1).$$

Affirmation 1 : Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Affirmation 2 : Une équation de la droite perpendiculaire à (AB) passant par C est :

$$y = x - 5$$

Affirmation 3 : Une équation du cercle de centre A passant par B est :

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 8$$

2. Soit f la fonction définie pour tout $x \in]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

On note f' sa fonction dérivée.

Affirmation 4 : $$f'(1) = 0$$

3. On donne : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

Affirmation 5 : $$\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) < 0$$

G1SSMAT02661
G1SSMAT02661

Exercice 2 (5 points)

Une entreprise produit entre 1 millier et 5 milliers de pièces par jour. Le coût moyen de production d'une pièce, en milliers d'euros, pour x milliers de pièces produites, est donné par la fonction f définie pour tout réel $x \in [1\,;5]$ par :

$$f(x) = \frac{0{,}5x^3 - 3x^2 + x + 16}{x}$$

1. Calculer le coût moyen de production d'une pièce lorsque l'entreprise produit 2 milliers de pièces**.**

2. On admet que de f est dérivable sur [1 ; 5] et on note f' sa fonction dérivée. Montrer que pour tout réel $x \in [1; 5]$,

$$f'(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 16}{x^2}$$

3. Vérifier que, pour tout réel x,

$$x^3 - 3x^2 - 16 = (x - 4)(x^2 + x + 4)$$

4. En déduire le tableau de variation de f sur [1 ; 5].

5. Déterminer le nombre de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de production d'une pièce soit minimal, ainsi que la valeur de ce coût minimal.

G1SSMAT02661
G1SSMAT02661

Exercice 3 (5 points)

Un complexe cinématographique a ouvert ses portes en 2018 en périphérie d'une ville.
En 2018, le complexe a accueilli 180 mille spectateurs. La gestionnaire du complexe prévoit une augmentation de $4\ \%$ par an de la fréquentation du complexe.

Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de spectateurs, en milliers, du complexe cinématographique pour l'année $(2018 + n)$. On a donc $u_0 = 180$.

1. Étude de la suite (u_n).

- **a.** Calculer le nombre de spectateurs en 2019.
- **b.** Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison.
- **c.** Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

2. Un cinéma était déjà installé au centre-ville.
En 2018, il a accueilli 260 000 spectateurs. Avec l'ouverture du complexe, le cinéma du centre-ville prévoit de perdre 10 000 spectateurs par an.

Pour n, entier naturel, on note v_n le nombre de spectateurs, en milliers, accueillis dans le cinéma du centre-ville l'année $(2018 + n)$. On a donc $v_0 = 260$.

- **a.** Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- **b.** On donne le programme ci-dessous, écrit en Python.

```
def cinema() :
     n = 0
     u = 180
     v = 260
     while u < v :
        n = n + 1
        u = 1.04*u
        v = v - 10
     return n
```

Quelle est la valeur renvoyée lors de l'exécution de la fonction `cinema()` ?
L'interpréter dans le contexte de l'exercice.

G1SSMAT02661
G1SSMAT02661

Exercice 4 (5 points)

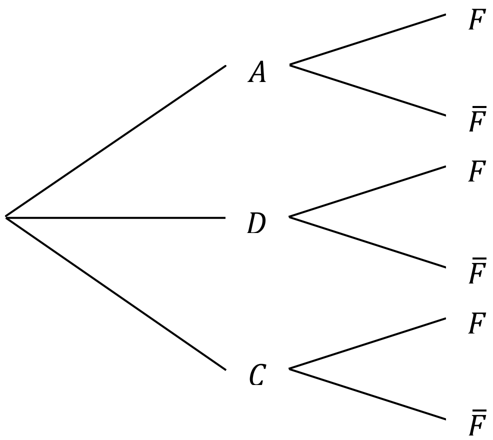
La gestionnaire d'un cinéma s'intéresse à la catégorie des films vus par ses spectateurs, ainsi qu'à leur consommation au rayon « friandises ». Une étude sur plusieurs mois a montré que $40\ \%$ des spectateurs sont allés voir un film d'action, $35\ \%$ un dessin animé et les autres une comédie.

Parmi les spectateurs allant voir un film d'action, la moitié achètent des friandises, alors qu'ils sont $80\ \%$ pour ceux allant voir un dessin animé et $70\ \%$ pour ceux allant voir une comédie.

On interroge au hasard un spectateur sortant du cinéma et on note :

- A l'événement : « le spectateur a vu un film d'action »,
- D l'événement : « le spectateur a vu un dessin animé »,
- C l'événement : « le spectateur a vu une comédie »,
- F l'événement : « le spectateur a acheté des friandises ».

1. Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilité ci-dessous représentant la situation.



2. Démontrer que $P(F) = 0{,}655$.

3. On interroge au hasard un spectateur ayant acheté des friandises. Quelle est la probabilité qu'il ait vu un dessin animé ? On donnera l'arrondi à 10^{-3}.

4. Une place de cinéma coûte 10 €. On considérera que si un spectateur achète des friandises, il dépense 18 € pour sa place de cinéma et ses friandises.

On note X la variable aléatoire donnant le coût d'une sortie au cinéma pour un spectateur.

- **a.** Déterminer la loi de probabilité de X.
- **b.** En déduire le coût moyen par spectateur d'une sortie dans ce cinéma.

G1SSMAT02661
G1SSMAT02661